

**ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ 2020-2021 УЧЕБНОМ ГОДУ
ПО МАТЕМАТИКЕ
10 КЛАСС**

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

1. В таблице 7×7 (см. рис.) элементы каждой строки и каждого столбца представляют собой арифметические прогрессии. Чему равно число x , стоящее в центральной клетке?

3			73			143
			181			
82			149			216

$$\frac{3 + 143}{2} = 73$$

$$\frac{82 + 216}{2} = 149$$

$$\frac{73 + 149}{2} = 111$$

$$x = 111$$

Ответ: 111

75.

2. В школьном турнире по шашкам каждый участник встретился с каждым один раз, за победу присуждалось 2 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0. Девочек участвовало в 9 раз меньше, чем мальчиков, а очков мальчики вместе набрали в 4 раза больше, чем девочки вместе. Сколько очков набрали девочки?

$$10x(10x-1) - \text{все}$$

$$2x(10x-1) - \text{выиграли девочки}$$

15.

225 / 355.

3. На доске 6×6 расставлены 6 фишек так, что в каждом горизонтальном и вертикальном ряду стоит по одной фишке. Можно ли оставшуюся часть доски замостить прямоугольниками 1×2 (в любом положении)?

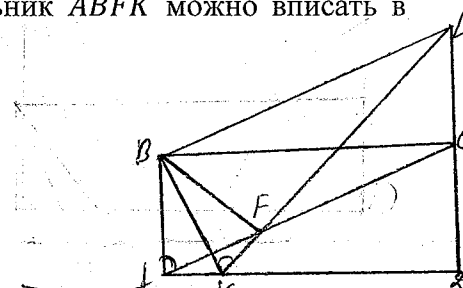
05.

4. Через вершину B прямоугольника $ABCD$ провели две перпендикулярные прямые. Одна прямая пересекает сторону AD в точке K , другая прямая пересекает продолжение стороны CD в точке L . Прямые KL и AC пересекаются в точке F . Докажите, что четырёхугольник $ABFK$ можно вписать в окружность.

Дано: Так как $\angle ABK = \angle ABL - \angle KBL = \angle ABL - 90^\circ$
 $\angle ABL = \angle ABC + \angle CBL \Rightarrow \angle ABK = \angle ABC - \angle CBL$ $\Rightarrow \triangle ABK \sim \triangle CBL$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BK}{BL} \Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{BC}{BL} \Rightarrow \triangle ABK \sim \triangle CBL$$

$\angle BKF = \angle BAF$
 $\triangle BFK$ - вписанный в о.о.ф.



5. Пусть $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, где a , b и c — различные целые ненулевые числа. При каких a , b и c выполняются равенства $f(a) = a^3$ и $f(b) = b^3$?

$$a^3 + ab + c = 0 \quad \text{и} \quad ab^2 + b^2 + c = 0$$

$$(a+1)b^2 - ab - a^3 = 0$$

$$(a+1)b^2 - ab - a^3 = (b-a)((a+1)b + a^2) = 0$$

$$(a+1)b + a^2 = 0 \quad a \neq -1, \quad b = \frac{-a^2}{a+1}$$

$$a+1 \neq 0$$

$$\begin{aligned} a+1 &= -1 \\ a &= -2 \\ b &= 4 \\ c &= 16 \end{aligned}$$

Ответ: $a = -2$; $b = 4$; $c = 16$

05.